

Série de TD n° 1 - Intérêts simples

Exercice 1.

Une personne a placé une somme de 10 000 Dh à intérêt simple au taux de 4,5% l'an.

1. Calculez l'intérêt rapporté par ce capital :

- en 2 ans.
- en 9 mois.
- en 79 jours.
- du 13 mars au 15 juin de la même année.

2. Calculez la somme d'argent que cette personne pourra retirer dans 7 mois.

Exercice 2.

1. Un capital de 24 000 Dh, acquis du 16 mai au 25 septembre de la même année, une valeur de 24 500 Dh. Déterminer le taux de placement.
2. Un capital de 7 200 Dh, prêté à 8% le 8 juin, acquis, à la fin du prêt, une valeur de 7 344 Dh. Déterminer à quelle date le prêt a été remboursé.
3. Calculer le capital qui, placé à 7% pendant 70 jours, a acquis une valeur de 23 560 Dh.

Exercice 3.

Un capital de 80 000 Dh est placé à intérêt simple à un taux $\tau\%$. Au bout de 2 ans le prêteur retire capital et intérêt et replace le tout à intérêt simple, à un taux $(\tau + 2)\%$. Trois ans après ce nouveau placement le prêteur dispose, capital et intérêt réunis, de 130 560 Dh. Calculer τ .

Exercice 4.

Un effet de 5 000 Dh, échéant le 27 juillet 2019, est escompté le 10 avril aux conditions suivantes :

- ✓ taux d'escompte : 13%,
- ✓ commission de manipulation : 5 Dh par effet,
- ✓ T.V.A. : 7%,
- ✓ Tenir compte d'un jour de banque.

1. Calculer l'agio.

2. En déduire le montant net de la négociation.

3. Calculer le taux réel d'escompte.

Exercice 5.

1. Un débiteur désire remplacer un effet de valeur nominale 75 000 Dh qu'il doit payer dans 60 jours par un autre effet de valeur nominale 74 600 Dh. Quelle serait l'échéance de cette dette, sachant que le taux d'escompte est 13% ?

2. A quelle date un effet de valeur nominale 20 000 Dh à échéance du 15 avril est-il équivalent à un effet de 20 435.36 Dh à échéance du 14 juin de la même année ? (taux d'escompte 12.60%)

3. Un particulier souhaite remplacer un effet de 6 000 Dh échéant dans 35 jours par un autre effet de 6 125.93 Dh échéant dans 140 jours. Quel serait le taux d'escompte ?

Exercice 6.

Un débiteur doit s'acquitter des dettes suivantes :

- ✓ 7 000 Dh payable le 1^{er} mars 2019,
- ✓ 8 000 Dh payable le 15 avril 2019,
- ✓ 9 000 Dh payable le 30 avril 2019.

En accord avec son créancier, il remplace ces trois effets par un effet unique au 31 mars 2019 (Date d'équivalence). Taux d'escompte à intérêts simples : 12%.

Déterminer la valeur nominale de l'effet unique.

Série de TD n° 1 - Correction

Exercice 1.

Une personne a placé une somme de 10 000 Dh à intérêt simple au taux de 4.5 % l'an.

1. Calculez l'intérêt rapporté par ce capital en 2 ans, en 9 mois et en 79 jours.

- On a $C = 10\,000$ Dh, $\tau = 4.5\%$ et $n = 79$ jours, alors

$$I = \frac{C \times \tau \times j}{100} \Rightarrow I = \frac{10000 \times 4.5 \times 79}{100} = 900 \text{ Dh}$$

- On a $C = 10\,000$ Dh, $\tau = 4.5\%$ et $m = 9$ mois, alors

$$I = \frac{C \times \tau \times j}{1\,200} \Rightarrow I = \frac{10000 \times 4.5 \times 9}{1\,200} = 337.50 \text{ Dh}$$

- On a $C = 10\,000$ Dh, $\tau = 4.5\%$ et $j = 79$ jours, alors

$$I = \frac{C \times \tau \times j}{36\,000} \Rightarrow I = \frac{10000 \times 4.5 \times 79}{36\,000} = 98.75 \text{ Dh}$$

- On a $C = 10\,000$ Dh, $\tau = 4.5\%$ et $j = 94$ jours (nombre de jours du 13 mars au 15 juin de la même année), alors

$$I = \frac{C \times \tau \times j}{36\,000} \Rightarrow I = \frac{10000 \times 4.5 \times 94}{36\,000} = 117.50 \text{ Dh}$$

2. Calculez la somme d'argent que cette personne pourra retirer dans 7 mois.

On a $C = 10\,000$ Dh, $\tau = 4.5\%$ et $m = 7$ mois, alors

$$\begin{aligned} V_a &= C + I \Rightarrow V_a = C + \frac{C \times \tau \times m}{1\,200} \\ &\Rightarrow V_a = C \left(1 + \frac{\tau \times m}{1\,200}\right) \\ &\Rightarrow V_a = 10000 \left(1 + \frac{4.5 \times 7}{1\,200}\right) \\ &\Rightarrow V_a = 10\,262.50 \text{ Dh} \end{aligned}$$

Exercice 2.

1. Un capital de 24 000 Dh, a acquis du 16 mai au 25 septembre, une valeur de 24 500 Dh. Déterminer le taux de placement.

On a $C = 24\,000$ Dh, $\tau = ?\%$, $j = 132$ jours (nombre de jours du 16 mai au 25 septembre de la même année) et $V_a = 24\,500$ Dh, alors

$$\begin{aligned} V_a &= C + \frac{C \times \tau \times j}{36\,000} \Rightarrow \tau = \left(\frac{V_a}{C} - 1\right) \times \frac{36\,000}{j} \\ &\Rightarrow \tau = \left(\frac{24500}{24000} - 1\right) \times \frac{36\,000}{132} \\ &\Rightarrow \tau = 5.68\% \end{aligned}$$

2. Un capital de 7 200 Dh, prêté à 8% le 8 juin, a acquis, à la fin du prêt, une valeur de 7 344 Dh. Déterminer à quelle date le prêt a été remboursé.

On a $C = 7\,200$ Dh, $\tau = 8\%$, $j = ?$ et $V_a = 7\,344$ Dh, alors

$$\begin{aligned} V_a &= C + \frac{C \times \tau \times j}{36\,000} \Rightarrow j = \left(\frac{V_a}{C} - 1\right) \times \frac{36\,000}{\tau} \\ &\Rightarrow j = \left(\frac{7\,344}{7\,200} - 1\right) \times \frac{36\,000}{8} \\ &\Rightarrow j = 90 \text{ jours} \end{aligned}$$

La date du remboursement du prêt est à 90 jours après le 8 juin, soit le 6 septembre de la même année.

3. Calculer le capital qui, placé à 7% pendant 70 jours, a acquis une valeur de 23 560 Dh.

On a $C = ?$, $\tau = 7\%$, $j = 70$ jours et $V_a = 23\,560$ Dh, alors

$$\begin{aligned} V_a &= C + \frac{C \times \tau \times j}{36\,000} \Rightarrow C = \frac{V_a}{1 + \frac{\tau \times j}{36\,000}} \\ &\Rightarrow C = \frac{23560}{1 + \frac{7 \times 70}{36\,000}} \\ &\Rightarrow C = 23\,243.63 \text{ Dh} \end{aligned}$$

Exercice 3.

Un capital de 80 000 Dh est placé à intérêt simple à un taux $\tau\%$. Au bout de 2 ans le prêteur retire capital et intérêt et remplace le tout à intérêt simple, à un taux $(\tau + 2)\%$. Trois ans après ce nouveau placement le prêteur dispose, capital et intérêt réunis, de 130 560 Dh. Calculer τ .

- Pour le premier placement effectué à $\tau\%$, on a $C = 80\,000$, $n = 2$ ans et

$$V_{a1} = 80000 \left(1 + \frac{2\tau}{100}\right) \quad (1)$$

- Pour le deuxième placement effectué à $(\tau + 2)\%$, on a $C = V_{a1}$, $n = 3$ ans et

$$V_{a1} = V_{a1} \left(1 + \frac{3(\tau + 2)}{100}\right) = 130\,560 \quad (2)$$

De (1) et (2), on obtient

$$\begin{aligned} 80000 \left(1 + \frac{2\tau}{100}\right) \left(1 + \frac{3(\tau + 2)}{100}\right) &= 130\,560 \\ \Leftrightarrow 80000 \left(\frac{100 + 2\tau}{100}\right) \left(\frac{106 + 3\tau}{100}\right) &= 130\,560 \\ \Leftrightarrow (100 + 2\tau)(106 + 3\tau) &= \frac{130560}{8} \\ \Leftrightarrow 6\tau^2 + 512\tau - 5720 &= 0 \quad (3) \end{aligned}$$

L'équation (3) admet deux solutions $\tau_1 = 10$ et $\tau_2 = -\frac{286}{3}$. Or $\tau > 0$, d'où $\tau = 10\%$

Exercice 4.

Un effet de 5 000 Dh, échéant le 27 juillet 2019, est escompté le 10 avril aux conditions suivantes :

- ✓ taux d'escompte : 13%,
- ✓ commission de manipulation : 5 Dh par effet,
- ✓ T.V.A. : 7%,
- ✓ Tenir compte d'un jour de banque.

1. Calculer l'agio(TTC).

Nombre de jours (n) (108 + 1)	= 109
Escompte (E) $\frac{5000 \times 13 \times 109}{36000}$	= 196.81 Dh
commission (Com)	= 5 Dh
Total H.T (E+Com)	= 201.81 Dh
T.V.A (Total H.T $\times 7\%$)	= 14.13 Dh
Agio (Total H.T+ TVA)	= 215.94 Dh

2. En déduire le montant net de la négociation.

$$V_{nt} = 5000 - 215.95 = 4784.06 \text{ Dh}$$

3. Calculer le taux réel d'escompte τ_r .

On sait que

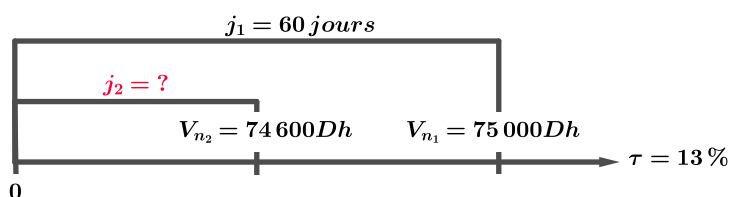
$$\tau_r = \frac{36000 \times \text{Agio}}{\text{Valeur nominale} \times \text{Durée réelle}}$$

D'où

$$\tau_r = \frac{36000 \times 215.94}{5000 \times 108} = 14.396\%$$

Exercice 5.

1. Un débiteur désire remplacer un effet de valeur nominale 75 000 Dh qu'il doit payer dans 60 jours par un autre effet de valeur nominale 74 600 Dh. Quelle serait l'échéance de cette dette, sachant que le taux d'escompte est 13% ?

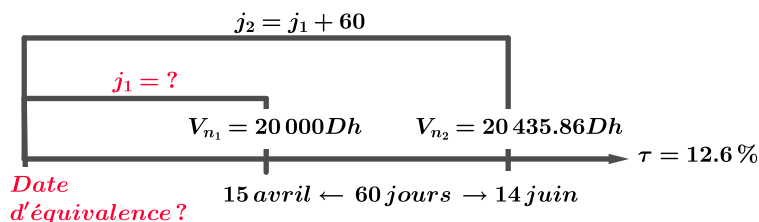


L'échéance de la nouvelle dette est inférieure à 60 jours car sa valeur nominale est inférieure à celle de la dette.

Écrivons l'équivalence des deux dettes :

$$\begin{aligned} V_{n1} - \frac{V_{n1} \times \tau \times j_1}{36000} &= V_{n2} - \frac{V_{n2} \times \tau \times j_2}{36000} \\ \Rightarrow V_{n1} \left(1 - \frac{\tau \times j_1}{36000}\right) &= V_{n2} \left(1 - \frac{\tau \times j_2}{36000}\right) \\ \Rightarrow j_2 &= \frac{36000}{\tau} \left[1 - \frac{V_{n1}}{V_{n2}} \left(1 - \frac{\tau \times j_1}{36000}\right)\right] \\ \Rightarrow j_2 &= \frac{36000}{13} \left[1 - \frac{75000}{74600} \left(1 - \frac{13 \times 60}{36000}\right)\right] \\ \Rightarrow j_2 &= 45.47 \text{ soit } 46 \text{ jours} \end{aligned}$$

2. A quelle date un effet de valeur nominale 20 000 Dh à échéance du 15 avril est-il équivalent à un effet de 20 435.36 Dh à échéance du 14 juin de la même année ? (taux d'escompte 12.60%)

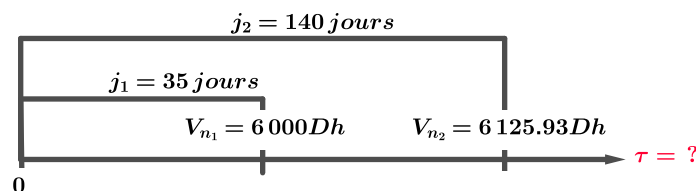


Écrivons l'équivalence des deux effets :

$$\begin{aligned} V_{n1} - \frac{V_{n1} \times \tau \times j_1}{36000} &= V_{n2} - \frac{V_{n2} \times \tau \times j_2}{36000} \\ \Rightarrow V_{n1} - \frac{V_{n1} \times \tau \times j_1}{36000} &= V_{n2} - \frac{V_{n2} \times \tau \times (j_1 + 60)}{36000} \\ \Rightarrow V_{n1} - \frac{V_{n1} \times \tau \times j_1}{36000} &= V_{n2} - \frac{V_{n2} \times \tau \times j_1}{36000} - \frac{V_{n2} \times \tau \times 60}{36000} \\ \Rightarrow \frac{(V_{n2} - V_{n1}) \times \tau \times j_1}{36000} &= V_{n2} - V_{n1} - \frac{V_{n2} \times \tau}{600} \\ \Rightarrow j_1 &= \frac{36000}{(V_{n2} - V_{n1}) \times \tau} \left(V_{n2} - V_{n1} - \frac{V_{n2} \times \tau}{600}\right) \\ \Rightarrow j_1 &= 43.97 \text{ soit } 44 \text{ jours} \end{aligned}$$

Donc, la date d'équivalence est 44 jours avant le 15 avril, soit le 2 mars de la même année.

3. Un particulier souhaite remplacer un effet de 6 000 Dh échéant dans 35 jours par un autre effet de 6 125.93 Dh échéant dans 140 jours. Quel serait le taux d'escompte ?



Écrivons l'équivalence des deux effets :

$$\begin{aligned} V_{n1} - \frac{V_{n1} \times \tau \times j_1}{36000} &= V_{n2} - \frac{V_{n2} \times \tau \times j_2}{36000} \\ \Rightarrow \frac{(V_{n2} \times j_2 - V_{n1} \times j_1)}{36000} \tau &= V_{n2} - V_{n1} \\ \Rightarrow \tau &= \frac{36000 (V_{n2} - V_{n1})}{(V_{n2} \times j_2 - V_{n1} \times j_1)} \\ \Rightarrow \tau &= \frac{36000 (6125.93 - 6000)}{(6125.93 \times 140 - 6000 \times 35)} \\ \Rightarrow \tau &= 7\% \end{aligned}$$

Exercice 6.

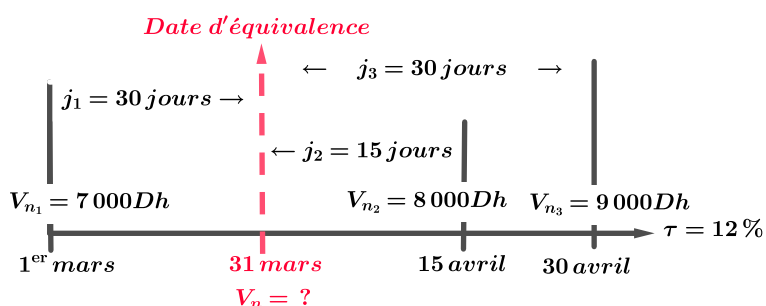
Un débiteur doit s'acquitter des dettes suivantes :

- ✓ 7 000 Dh payable le 1^{er} mars 2019,
- ✓ 8 000 Dh payable le 15 avril 2019,
- ✓ 9 000 Dh payable le 30 avril 2019.

En accord avec son créancier, il remplace ces trois effets par un effet unique au 31 mars 2019 (Date d'équivalence).

Taux d'escompte à intérêts simples : 12%.

Déterminer la valeur nominale de l'effet unique V_n .



On a

$$\begin{aligned}
 V_n &= \left(V_{n1} + \frac{V_{n1} \times \tau \times j_1}{36000} \right) + \left(V_{n2} - \frac{V_{n2} \times \tau \times j_2}{36000} \right) \\
 &\quad + \left(V_{n3} - \frac{V_{n3} \times \tau \times j_3}{36000} \right) \\
 &= \left(7000 + \frac{7000 \times 12 \times 30}{36000} \right) + \left(8000 - \frac{8000 \times 12 \times 15}{36000} \right) \\
 &\quad + \left(9000 - \frac{9000 \times 12 \times 30}{36000} \right) \\
 &= 23\,940 \text{ Dh}
 \end{aligned}$$

Série de TD n° 2 - Intérêts composés

Exercice 1.

Une personne doit régler 75 000 Dh dans 4 ans. Sachant que le taux annuel d'intérêts composés est de 11,5 %, combien paierait-elle si elle réglait sa dette :

1. dans 2 ans,
2. dans 7 ans.

Exercice 2.

Un capital de 18 700 Dh est placé à intérêts composés au taux annuel de 6 %. Calculer sa valeur acquise au bout de 4 ans et 5 mois en utilisant :

1. la solution rationnelle ;
2. la solution commerciale.

Exercice 3.

On place 8250 Dh à intérêts composés pendant 5 ans à un taux annuel variable :

Le taux annuel est de 7,5 % pendant les deux premières années, de 8 % la troisième année et de 7 % les deux dernières années.

1. Quelle est la valeur acquise au bout de 5 ans par ce capital ?
2. A quel taux annuel fixe aurait-il fallu faire ce placement pour obtenir au bout des 5 ans la même valeur acquise ?

Exercice 4.

On remplace les 4 versements suivants :

- ✓ 15000 Dh payables dans 6 mois
- ✓ 7000 Dh payables dans 1 an et 3 mois
- ✓ 10000 Dh payables dans 2 ans et 8 mois
- ✓ 17000 Dh payables dans 3 ans et 5 mois

par un paiement unique dans 2 ans.

Calculer le montant de ce paiement avec un taux annuel de 8 %.

Série de TD n° 2 - Correction

Exercice 1.

1. Dans 2 ans :

$$\begin{aligned} C_2 &= 75000(1,115)^{-(4-2)} = 75000(1,115)^{-2} \\ &= 60326,98 \text{ Dh} \end{aligned}$$

2. Dans 7 ans :

$$\begin{aligned} C_7 &= 75000(1,115)^{-(4-7)} = 75000(1,115)^3 \\ &= 103964,69 \text{ Dh} \end{aligned}$$

Exercice 2.

1. Solution rationnelle :

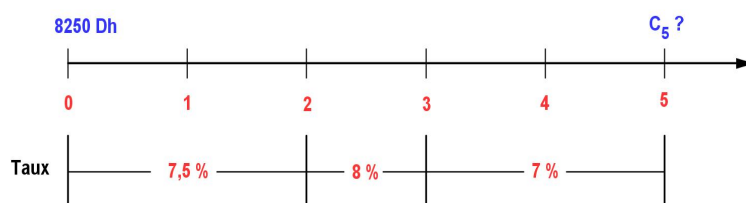
$$\begin{aligned} V_{4+5/12} &= 18700(1,06)^4 + 18700(1,06)^4 \times 0,06 \times 5/12 \\ &= 18700(1,06)^4(1 + 0,06 \times 5/12) \\ &= 24197 \text{ Dh} \end{aligned}$$

2. Solution commerciale :

$$\begin{aligned} V_{4+5/12} &= 18700(1,06)^{4+5/12} \\ &= 18700(1,06)^{53/12} \\ &= 24189 \text{ Dh} \end{aligned}$$

Exercice 3.

1. La valeur acquise au bout de 5 ans par ce capital :



- Valeur acquise à fin de la deuxième année :

$$C_2 = 8250(1,075)^2$$

- Valeur acquise à fin de la troisième année :

$$C_3 = C_2(1,08) = 8250(1,075)^2(1,08)$$

- Valeur acquise au bout de 5 ans de placement :

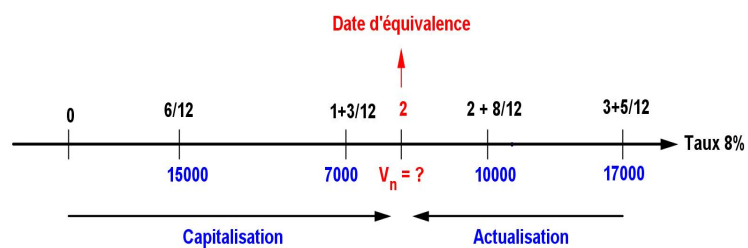
$$C_5 = C_3(1,07)^2 = 8250 \times (1,075)^2 \times (1,08) \times (1,07)^2 = 11788,60 \text{ Dh.}$$

2. Taux annuel fixe de ce placement pour obtenir au bout des 5 ans la même valeur acquise :

Soit τ le taux annuel fixe. On a :

$$\begin{aligned} 8250(1 + \tau)^5 &= 11788,60 \Rightarrow (1 + \tau)^5 = 11788,60/8250 \\ \Rightarrow \tau &= (11788,60/8250)^{1/5} - 1 = 0,073993 \text{ soit } \tau = 7,4\%. \end{aligned}$$

Exercice 4.



$$\begin{aligned}
 V_n &= 15000(1.08)^{2-6/12} + 7000(1.08)^{2-(1+3/12)} \\
 &\quad + 10000(1.08)^{-8/12} + 17000(1.08)^{-((3+5/12)-2)} \\
 &= 15000(1.08)^{18/12} + 7000(1.08)^{9/12} \\
 &\quad + 10000(1.08)^{-2/3} + 17000(1.08)^{-17/12} \\
 &= 15000(1.08)^{3/2} + 7000(1.08)^{3/4} + 10000(1.08)^{-2/3} \\
 &\quad + 17000(1.08)^{-17/12} \\
 &= 48995,32 \text{ Dh.}
 \end{aligned}$$